绝密★启用前

2018江苏高职单招院校单独招生联合测试

数学真题卷

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求。

1. 本试卷包含选择题（第1题～第10题，共10题40分）、填空题（第11题～第15题，共5题20分）和解答题（第16题～第20题，共5题40分），满分100分。考生答题全部答在答题卡上，答在本试卷上无效。本次考试时间为75分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并放在桌面，等待监考员收回。

2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用书写黑色字迹的0.5毫米签字笔填写在本试卷及答题卡上。

3. 请认真核对监考员在答题卡右上角所粘贴条形码上的姓名、准考证号是否与本人的相符合。

4. 答选择题必须用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答非选择题必须用书写黑色字迹的0.5毫米签字笔写在答题卡上的指定位置，在其他位置答题一律无效。

参考公式:

椎体的体积公式$V=\dfrac{1}{3}Sh$，其中S是椎体的底面积，h是椎体的高.

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. i是虚数单位，若$\dfrac{-3+i}{2+i}=a+bi$（$a,b\in\mathbf{R}$），则$a+b$的值是（　　）

A. 3　　B. 1　　C. 0　　D. -2

2. 若集合$A=\{x|-1<x<1\}$，$B=\{x|x^2-x-2<0\}$，则（　　）

A. $A\subsetneqq B$　　B. $B\subsetneqq A$　　C. $A=B$　　D. $A\bigcap B=\phi$

3. 设抛物线的顶点在原点，准线方程为$x=-2$，则抛物线的方程是（　　）

A. $y^2=-8x$　　B. $y^2=8x$　　C. $y^2=-4x$　　D. $y^2=4x$

4. 设四边形$ABCD$的两条对角线为AC、BD，则“四边形$ABCD$为菱形”是“$AC\perp BD$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知$\{a_n\}$为等差数列，$a_k+a_4=0$，以S_n表示$\{a_n\}$的前n项的和，$S_9=S_4$，则k的值是

（　　）

A. 6　　　　B. 8　　　　C. 10　　　　D. 12

6. 在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $x^2-2y^2=1$ 的右焦点坐标为　　（　　）

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right)$　　　　B. $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2},0\right)$　　　　C. $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2},0\right)$　　　　D. $\left(\sqrt{3},0\right)$

7. 若不等式组 $\begin{cases} y\geqslant 0 \\ x+y\geqslant 2 \\ 2x+3y\leqslant 6 \end{cases}$ 所表示的平面区域上有一动点 M，O 为坐标原点，则 $|OM|$ 的最小值为　　（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　B. $\sqrt{3}$　　　　C. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　　　D. $\sqrt{2}$

8. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$，则函数 $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的单调增区间是　　（　　）

A. $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$　　　　B. $\left[\dfrac{11\pi}{12},\dfrac{17\pi}{12}\right]$　　　　C. $\left[-\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{\pi}{12}\right]$　　　　D. $\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$

9. 已知函数 $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-1,-1)$ 处的切线方程是　　（　　）

A. $y=-2x-2$　　　　B. $y=2x-1$　　　　C. $y=-2x-3$　　　　D. $y=2x+1$

10. 若过点 $A(3,1)$ 的直线 l 与圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 相交形成弦，则其中最短的弦长为　　（　　）

A. $\sqrt{2}$　　　　B. 2　　　　C. $2\sqrt{2}$　　　　D. $3\sqrt{2}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3+a_7=37$，则 $a_2+a_4+a_6+a_8=$ ________。

12. 箱子中有形状、大小都相同的 3 只红球和 2 只白球，一次摸出 2 只球，则摸到的 2 球颜色不同的概率为________。

13. 一圆锥的母线长为 50 cm，高为 40cm，则该圆锥的侧面积为________cm^2。

14. 已知点 $A(-1,-2)$，$B(3,8)$，若 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$，则点 C 坐标为____________。

15. 已知坐标平面内两点 $A(x,\sqrt{2}-x)$ 和 $B(\frac{\sqrt{2}}{2},0)$，那么这两点之间距离的最小值是__________。

三、解答题（本大题共 5 小题，共 40 分，解答时应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16. （本题满分 6 分）

已知 θ 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，若 $P(4,y)$ 是角 θ 终边上一点，且 $\sin\theta=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin(\theta-\pi)$ 为____________。

17. （本题满分 6 分）

在 ΔABC 中，a,b,c 为内角 A,B,C 所对的边，若 $b\cos C=(2a-c)\cos B$.

（1）求 $\cos B$ 的值；

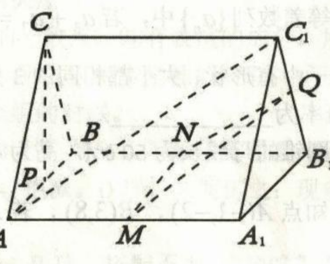
（2）设 $b=\sqrt{2}$，求 $a+c$ 的范围.

18. （本题满分 8 分）

如图，已知在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=BB_1=1$，$AB_1=\sqrt{3}$.

（1）求证：平面 $AB_1C\perp$ 平面 B_1CB；

（2）求三棱锥 A_1-AB_1C 的体积.



19. （本题满分 10 分）

已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个顶点为抛物线$D:x^2=4\sqrt{3}y$的焦点，$F_1,F_2$分别是椭圆的左、右焦点，且离心率$e=\dfrac{1}{2}$。且过椭圆右焦点$F_2$的直线$l$与椭圆$C$交于$M$、$N$两点。

（1）求椭圆C的方程；

（2）是否存在直线l，使得$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-2$。若存在，求出直线$l$的方程；若不存在，说明理由。

20. （本题满分 10 分）

已知圆$C:(x-6)^2+(y-7)^2=25$。

（1）设圆D与x轴相切，与圆C外切，且圆心D在直线$x=6$上，求圆D的标准方程。

（2）点$A(2,4)$为圆C上一点，设平行于OA的直线l与圆C相交于E、F两点，且$EF=OA$，求直线l的方程。

2018江苏高职单招院校单独招生联合测试

数学

一、1.C【解析】由题意可知$z=\dfrac{(-3+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{-5+5i}{5}=-1+i$，则$a+b=0$.故选 C.

2.A【解析】 由题意可知$A=\{x\,|-1<x<1\}$，$B=\{x\,|-1<x<2\}$，所以$A\subsetneqq B$，故选 A.

3.B【解析】 由准线方程$x=-2$得$-\dfrac{p}{2}=-2$，且抛物线的开口向右（或焦点在x轴的正半轴），所以$y^2=2px=8x$．故选 B.

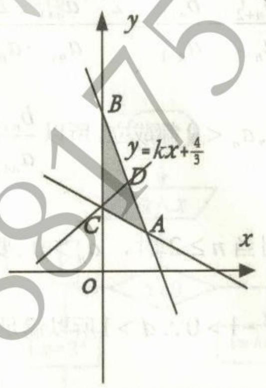
4.A【解析】 若四边形$ABCD$为菱形，则对角线$AC\perp BD$；反之，若$AC\perp BD$，则四边形$ABCD$一定是平行四边形，故“四边形$ABCD$为菱形”是“$AC\perp BD$”的充分不必要条件.故选 A.

5.C【解析】由题意可知$S_9=S_4$得$9a_1+36d=4a_1+6d$，求得$a_1+6d=0$，则

$a_k + a_4 = a_1 + (k-1)d + a_1 + 3d = 2a_1 + (k+2)d = 0$，所以 $k+2=12$，解得 $k=10$．故选 C.

6. C【解析】由双曲线的方程可知 $a^2=1$，$b^2=\dfrac{1}{2}$，$c^2=\dfrac{3}{2}$，$c=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，所以右焦点为 $(\dfrac{\sqrt{6}}{2},0)$．故选 C.

7. D【解析】 由题意画出不等式组 $\begin{cases} y \geqslant 0 \\ x+y \geqslant 2 \\ 2x+3y \leqslant 6 \end{cases}$ 所表示的区域如图，当 M 点位于 AB 的中点 N 时，$|OM|$ 的值最小，最小值是 $2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$．故选 D.



8. A【解析】 化简得 $f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$，由

$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leqslant 2x-\dfrac{\pi}{3}\leqslant 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，可得，

$k\pi-\dfrac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{5}{12}\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，即函数 $f(x)$ 的增区间是

$\left[k\pi-\dfrac{\pi}{12},k\pi+\dfrac{5\pi}{12}\right]$，$k\in\mathbf{Z}$，令 $k=0$，与 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$．求交集

得 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 故选 A.

9. D【解析】 $f'(x)=\dfrac{2}{(x+2)^2}$，则切线的斜率为 2，切线方程为 $y-(-1)=2[x-(-1)]$，即 $y=2x+1$．故选 D.

10.C【解析】圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 的圆心 $C(2,2)$，半径为 $r=2$，当点 $A(3,1)$ 为弦的中点时，其弦最短，所以最短弦的长为 $2\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$.故选 C.

二、11. 74【解析】有条件知，$a_2+a_8=a_4+a_6=a_3+a_7=37$，故 $a_2+a_4+a_6+a_8=2\times37=74$．

12. $\dfrac{3}{5}$【解析】箱子中有形状、大小都相同的 3 只红球和 2 只白球，一次摸出 2 只球，基本事件总数 $n=C_5^2=10$，摸到的 2 球颜色不同包含的基本事件个数 $m=C_3^1C_2^1=6$，∴摸到的 2

球颜色不同的概率 $P=\dfrac{m}{n}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

13. 1500π【解析】圆锥的底面半径是 30，圆锥的底面周长是 $2\times30\pi=60\pi$，则圆锥的侧面积为 $\dfrac{1}{2}\times60\pi\times50=1500\pi$.

14. $(1,3)$【解析】设 $C(x,y)$，则 $\overrightarrow{AB}=(4,10)$，$2\overrightarrow{AC}=2(x+1,y+2)=(2x+2,2y+4)$，

由 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AC}$ 可得 $\begin{cases}2x+2=4\\2y+4=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$，即 C 的坐标为 $(1,3)$.

15. $\dfrac{1}{2}$【解析】$AB=\sqrt{2x^2-3\sqrt{2}x+\dfrac{5}{2}}$，当 $x=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$，$AB_{\min}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$.

三、16. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$【解析】根据正弦值为负数，判断角在第三、四象限，再加上横坐标为正，判定该角为第四象限角，$\sin\theta=\dfrac{y}{\sqrt{16+y^2}}=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 得到 $y=-8$，

$\sin(\theta-\pi)=-\sin\theta=-\dfrac{y}{r}=\dfrac{-8}{-\sqrt{16+64}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

17.【解析】（1）$b\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=(2a-c)\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，

$c(a^2+b^2-c^2)=(2a-c)(a^2+c^2-b^2)$，$a^2+c^2-b^2-ac=0$，$\therefore\cos B=\dfrac{1}{2}$.

（2）$\because b=\sqrt{2}$，由余弦定理得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，$\therefore a^2+c^2-ac=2$，即 $(a+c)^2-3ac=2$，由 $\sqrt{ac}\leqslant\dfrac{a+c}{2}$ 得，$ac\leqslant(\dfrac{a+c}{2})^2$，又 $ac=\dfrac{(a+c)^2}{3}-\dfrac{2}{3}$，则 $\dfrac{(a+c)^2}{3}-\dfrac{2}{3}\leqslant(\dfrac{a+c}{2})^2$，（当且仅当 $a=c$ 时取等号），化简得 $(a+c)^2\leqslant8$，即 $a+c\leqslant2\sqrt{2}$，

又 $a+c>b=\sqrt{2}$，即 $\sqrt{2}<a+c\leqslant2\sqrt{2}$.

18.【解析】(1)直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BB_1\perp$ 底面 ABC，则 $BB_1\perp AB$，$B_1B\perp BC$，

又由于 $AC=BC=BB_1=1$，$AB_1=\sqrt{3}$，则 $AB=\sqrt{2}$，则由 $AC^2+BC^2=AB^2$ 可知，$AC\perp BC$，又由 $BB_1\perp$ 底面 ABC，可知 $BB_1\perp AC$，则 $AC\perp$ 平面 B_1CB，所以有平面 $AB_1C\perp$ 平面 B_1CB．

（2）三棱锥 A_1-AB_1C 的体积 $V_{A_1-AB_1C}=V_{B_1-A_1AC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{6}$．

19．【解析】（1）椭圆的顶点为 $(0,\sqrt{3})$，即 $b=\sqrt{3}$，$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$，则 $a=2$，故椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$．

（2）由题可知，直线 l 与椭圆必相交．①当斜率不存在时，不合题意．②当直线斜率存在时，设直线 l 的方程为：$y=k(x-1)(k\neq0)$，且 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$．由 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\\ y=k(x-1)\end{cases}$ 得

$(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$，

$x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}$，则

$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+k^2[x_1x_2-(x_1+x_2)+1]=$

$=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}+k^2(\frac{4k^2-12}{3+4k^2}-\frac{8k^2}{3+4k^2}+1)=\frac{-5k^2-12}{3+4k^2}=-2$，所以 $k=\pm\sqrt{2}$，故直线 l 的方程为 $y=\sqrt{2}(x-1)$ 或 $y=-\sqrt{2}(x-1)$．

20.【解析】（1）圆心 $C(6,7)$，半径为 5，由圆心 D 在直线 $x=6$ 上，可设 $D(6,y_0)$．因为圆 D 与 x 轴相切，与圆 C 外切，所以 $0<y_0<7$，于是圆 D 的半径为 y_0，从而 $7-y_0=5+y_0$，解得 $y_0=1$．因此，圆 D 的标准方程为 $(x-6)^2+(y-1)^2=1$．

（2）因为直线 $l\,//\,OA$，所以直线 l 的斜率为 $\frac{4-0}{2-0}=2$．设直线 l 的方程为 $y=2x+m$，即 $2x-y+m=0$，则圆心 C 到直线 l 的距离：$d=\frac{|2\times6-7+m|}{\sqrt{5}}=\frac{|m+5|}{\sqrt{5}}$．因为 $EF=OA=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，而 $CF^2=d^2+\left(\frac{EF}{2}\right)^2$，所以 $25=\frac{(m+5)^2}{5}+5$，解得 $m=5$ 或 $m=-15$．故直线 l 的方程为 $2x-y+5=0$ 或 $2x-y-15=0$．